

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับ
กระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์
A Study of Program in Mathematics Students’
Geometric-Proof Abilities Through Learning Activities

ปาริชาติ ภูภักดี¹ พงษ์พันธ์ บุญสุวรรค์²
E-mail: Parichart.poo@lru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ และ 2) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย จำนวน 57 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ผู้วิจัยใช้เวลาสอนทั้งหมด 16 ชั่วโมง หลังจากดำเนินการสอนครบ ผู้วิจัยทำการทดสอบนักศึกษาด้วยแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และสถิติทดสอบซี (Z-test) ผลการวิจัยพบว่าผลการวิจัยพบว่า 1) นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลการศึกษาที่ได้นำไปสู่การขยายผลโดยการนำการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบมาใช้เนื้อหาอื่นที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ ทั้งในด้านเรขาคณิตหรือด้านอื่นๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

คำสำคัญ: ผังกราฟิก กระบวนการสืบสอบ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

Abstract

The purposes of this research were to study the geometric proof abilities of 2nd year mathematics students after being taught by using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process on geometric reasoning and to study the relationship between building Graphic Organizer abilities and the geometric proof abilities of these students. The target group was 57 2nd year mathematics students selected by the random process from the first semester of the 2021 academic year at Loie Rajabhat University, The duration of the research consisted of 16 hour. After being taught using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process, the researcher used a period to test the geometric proof abilities of the students. Data was analyzed with statistic methods to find the percentage, mean, standard deviation and Z-test. The findings of the research were as follows: (1) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process, the geometric proof abilities of the students passed the criteria of over 60% and with a statistically significant level of .05; and (2) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process. The Graphic Organizer of the students affected geometric proof abilities with a statistical significance of .05. The results of the study to an expansion by applying learning management by graphic chart techniques in conjunction with the valerian learning process to use other content related to provenance. Either in geometry or other aspects of mathematics.

Keywords: graphic organizer, Inquiry process, geometric proof abilities

¹ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย

² อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะเกษตรศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน วิทยาเขตสุรินทร์



ความเป็นมาของปัญหา

การพิสูจน์ เป็นกระบวนการในการให้เหตุผล และเป็นองค์ประกอบการวิเคราะห์ที่สำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากกระบวนการของการพิสูจน์ที่พัฒนาข้อความคาดคะเนให้เป็นข้อความที่เป็นที่ยอมรับและสมเหตุสมผล กลายเป็นกฎหรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำไปเป็นเหตุเพื่อขยายข้อความรู้ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น (ประเสริฐ เสี่ยงดี, 2527) ฉะนั้นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงจะเกิดขึ้นไม่ได้ หากขาดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ (ขวัญ เพ็ญชัย, 2547) การพิสูจน์จึงเป็นแก่นของคณิตศาสตร์ และเป็นจุดเริ่มต้นที่จะนำไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ (Lucast, 2003)

นักศึกษาจึงควรได้รับการเรียนรู้และการเสริมสร้างพื้นฐานที่ดีในการพิสูจน์ ซึ่งนักศึกษาจะได้รับการเรียนรู้และฝึกฝนการพิสูจน์ผ่านสาระเรขาคณิต โดยการนำสมบัติหรือทฤษฎีบททางเรขาคณิตไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา โดยเฉพาะการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นบทที่เน้นการพิสูจน์และนำความรู้ในเรื่องสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมที่ได้เคยเรียนรู้มาใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) การพิสูจน์นี้ในบทนี้จึงมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจและฝึกทักษะในการพิสูจน์ให้กับนักศึกษาได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามการศึกษาหรือการวิจัยในปัจจุบันยังชี้ให้เห็นถึงปัญหาในด้านการพิสูจน์ อาทิ การศึกษาของไตรรงค์ กล่ำบุตร (2557) ที่พบว่าผู้เรียนไม่สามารถนำทฤษฎีบทหรือสมบัติทางเรขาคณิตมาใช้ในการอ้างอิงในการพิสูจน์ได้ ไม่สามารถเขียนข้อความในการพิสูจน์ให้มีความสัมพันธ์และต่อเนื่องหรือเป็นลำดับขั้นตอน และไม่สามารถเริ่มต้นการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับคำกล่าวของกรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี (2535) ที่ระบุว่าปัญหาในการพิสูจน์เรขาคณิตของผู้เรียน คือการไม่รู้แนวทางในการเริ่มต้นการพิสูจน์ ลำดับเหตุผลของการพิสูจน์ไม่เป็นระบบ แยกแยะเหตุและผลที่โจทย์กำหนดไม่ได้ ซึ่งอาจเป็นผลจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันที่ยังไม่สามารถพัฒนาทักษะในการพิสูจน์ ครูบางส่วนยังให้ความสำคัญกับการอธิบาย ท่องจำบทนิยาม สมบัติ และทฤษฎีบท (ยุทธชัย ไชยคำภา, 2557) โดยขาดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนได้เกิดการคิด แก้ปัญหาและลงมือพิสูจน์ด้วยตนเอง บวกกับลักษณะเฉพาะของเนื้อหาการพิสูจน์ที่ค่อนข้างเป็นนามธรรม จึงทำให้การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร

ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางหรือวิธีการในการจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ โดยเฉพาะด้านเรขาคณิต เพื่อให้การพิสูจน์ในระดับพื้นฐานของนักศึกษามีประสิทธิภาพ ซึ่งพบว่าเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อความการพิสูจน์ และลำดับข้อความที่เป็นเหตุและผลได้ด้วยตนเอง นั่นคือ ผังกราฟิก (Graphic Organizer) โดยเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ความรู้ ความคิดและข้อมูลต่างๆ แสดงออกมาเป็นรูปธรรม และง่ายต่อการประมวล จัดระเบียบและแยกแยะ ทำให้เห็นถึงกระบวนการคิดที่เป็นลำดับ เห็นความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558) และจากผลการวิจัยของ Linares (2008) ซึ่งได้ออกแบบผังกราฟิก และนำมาใช้ในการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับผู้เรียนโดยใช้ข้อสรุปแบบปิง พบว่าผู้เรียนมีความสามารถและความมั่นใจในการพิสูจน์สูงขึ้น จากผลการศึกษาและการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเชื่อว่าผังกราฟิกจะเป็นกลวิธีที่จะช่วยแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ให้กับนักศึกษาได้ ทั้งยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ นักศึกษาสามารถออกแบบและวางแผนแนวทางการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง

ผังกราฟิกเป็นเพียงเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหาและจัดระเบียบความคิดได้ดียิ่งขึ้นแต่ยังขาดกระบวนการที่ชัดเจนที่จะช่วยให้นักศึกษาสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอนตามผลการวิจัยของ Chinnappan, Ekanayake, and Brown (2012) ซึ่งกล่าวว่าบทบาทสำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาการพิสูจน์ คือ ทักษะการแก้ปัญหา นักศึกษาควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิต จากการศึกษาที่ผ่านมา พบว่ากระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบสามารถช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา และทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองของผู้เรียนได้ โดยครูจะเป็นเพียงผู้ตั้งคำถาม และเป็นสื่อให้นักศึกษาเกิดความคิด สืบค้น และสามารถหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ตามผลการวิจัยของจินต์ จิระริยากุล (2556) ซึ่งศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยนำกระบวนการแบบสืบสอบมาใช้ และพบว่านักศึกษาเกิดทักษะ ประสพการณ์และความสามารถในการแก้ปัญหอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำผังกราฟิกมาบูรณาการร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เพื่อจัดเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษา เรื่อง เส้นขนาน เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ต่อไป



วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง เส้นขนาน
2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ประเภทของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One-Group Posttest Only Design

2. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย จำนวน 57 คน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 4 แผน แผนละ 4 ชั่วโมง

3.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ใช้ทดสอบหลังจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

4.1 ชี้แจงให้นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการนำเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบมาใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาที่กำลังจะศึกษา โดยอธิบายถึงรูปแบบและลักษณะของกิจกรรม เพื่อให้นักศึกษาเข้าใจบทบาทและความพร้อมในการดำเนินกิจกรรม

4.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักศึกษาในกลุ่มเป้าหมายตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 16 ชั่วโมง

4.3 เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ตามแผนทั้งหมด ผู้วิจัยให้นักศึกษาทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) เป็นเวลา 2 ชั่วโมง โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน

4.4 ผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดสอบจากนักศึกษาในกลุ่มตัวอย่างและคัดเลือกตัวแทน เพื่อทำการสัมภาษณ์ในประเด็นเกี่ยวกับการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักศึกษา

4.5 ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนผลการทดสอบจากแบบทดสอบ ตามเกณฑ์การประเมินที่กำหนดไว้และนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 นำคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตมาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน ซึ่งได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5.2 นำคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตมาทดสอบสมมติฐานในข้อ 1 เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังผ่านการจัดการเรียนรู้จากแบบทดสอบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5.3 นำคะแนนความสามารถในการเขียนผังกราฟิกจากแบบทดสอบและคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตมาทดสอบสมมติฐานในข้อ 2 ที่ว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตด้วยการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบกับเกณฑ์การประเมิน ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

ตารางที่ 1 ผลการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์การประเมิน

จำนวนผู้เรียน (คน)	จำนวนผู้เรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละของจำนวนผู้เรียนที่ผ่านเกณฑ์	Z-score	P-Value
57	48	84.210	2.81*	.002

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตารางที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) พบว่ามีค่า P-Value เท่ากับ .002 ซึ่งน้อยกว่า .05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลักและยอมรับสมมติฐานรอง นั่นคือ นักศึกษาที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง เส้นขนาน มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตอนที่ 2 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)

ตารางที่ 2 ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

การทดสอบ	Pearson Correlation	p-value
ความสัมพันธ์ของความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	0.790*	P<0.001

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตารางที่ 2 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน พบว่ามีค่า Sig. อยู่ที่ .000 ซึ่งน้อยกว่า 0.05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลักและยอมรับสมมติฐานรอง หมายความว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันในระดับสูง กล่าวคือ เมื่อความสามารถในการเขียนผังกราฟิกของนักศึกษาเพิ่มขึ้น ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของผู้เรียนก็จะเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน

อภิปรายผล

จากผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ผู้วิจัยสามารถอภิปรายผลการศึกษาดังกล่าว โดยแบ่งเป็นประเด็นดังนี้

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น นั่นคือ จากการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ส่งผลให้นักศึกษาจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 สามารถให้เหตุผลและพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้ การที่ผลวิจัยเป็นเช่นนี้ได้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของผู้เรียน ดังนี้

1.1 การนำเทคนิคผังกราฟิกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนสามารถออกแบบและวางแผนการพิสูจน์อย่างเป็นระบบได้ด้วยตนเอง จากการจัดระเบียบข้อมูลต่างๆ อาทิ เงื่อนไขที่โจทย์ให้ สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ สมบัติและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง ให้ออกมาเป็นรูปธรรมในรูปแบบผังแล้วมองหาความเชื่อมโยงของข้อมูลเหล่านั้น นักศึกษาจึงมองเห็นภาพรวมของกระบวนการคิดตนเอง และสามารถวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางเพื่อแก้ปัญหาในการพิสูจน์ จากการมองหาความเชื่อมโยงของข้อมูลต่างๆ ที่อยู่ในผังกราฟิกที่ตนสร้างขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ กมล นาคสุทธิ (2559) ที่นำพู่กันแม่ปิงมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ซึ่งพบว่าการสร้างพู่กันแม่ปิงช่วยให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นแนวทางในภาพรวมของกระบวนการคิด และจดบันทึกในขณะที่ทำได้ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงขั้นตอนของการพิสูจน์ทางเรขาคณิตมากขึ้น



1.2 การนำผังกราฟิกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ทำให้นักศึกษามีความมั่นใจในการเริ่มต้นการพิสูจน์ด้วยตนเองมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจถึงปัญหาหรือคำถามในการพิสูจน์ได้ถูกต้อง ซึ่งอาจเป็นผลมาจากขั้นตอนของการสร้างผังที่กำหนดให้นักศึกษา ต้องระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ลงบนผังเป็นอันดับแรก จึงทำให้นักศึกษาสามารถแยกแยะข้อมูลในส่วนของเหตุ และผล และรู้ถึงจุดมุ่งหมายของการพิสูจน์ในข้อนั้นๆ ซึ่งจะเป็แนวทางในการวางแผนการพิสูจน์ในขั้นอื่นๆ เป็นไปตามผลการวิจัยของ Moore (1990) ที่กล่าวว่าหนึ่งในประเด็นสำคัญที่เป็นปัญหาในการพิสูจน์ของผู้เรียน คือ การเริ่มต้นการพิสูจน์ ผังกราฟิกจึงกลายเป็นตัวช่วยในการกำหนดขั้นตอนการพิสูจน์และแก้ปัญหาให้กับนักศึกษาที่ไมรู้อะไรจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร

1.3 ผังกราฟิกเป็นสื่อที่ช่วยให้อาจารย์และนักศึกษานำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดในการวางแผนการพิสูจน์ในแต่ละขั้นตอนได้อย่างละเอียด ผังกราฟิกจะช่วยถ่ายทอดความคิดและความเข้าใจของนักศึกษาได้ครบถ้วนและสะดวกมากขึ้น จากการใช้ภาษาของนักศึกษาเอง นักศึกษาจึงสามารถเพิ่มเติมและนำเสนอข้อมูลหรือแนวคิดต่างๆ ได้อย่างหลากหลายและอิสระมากกว่าการเขียนพิสูจน์แบบบรรยายหรือสองคอลัมน์ที่มีรูปแบบที่เป็นทางการ ช่วยให้อาจารย์ได้เห็นความคิดของนักศึกษาได้รอบด้านมากขึ้น ทั้งแนวคิดหลักที่ใช้ ที่มาของแนวคิด ความรู้หรือความเข้าใจในเรขาคณิตเดิมที่นักศึกษานำมาอ้างอิง จึงช่วยให้การประเมินของอาจารย์มีความแม่นยำมากขึ้น สามารถมองเห็นปัญหาหรือความเข้าใจที่ผิดพลาดของนักศึกษาผ่านกระบวนการความคิดที่นำเสนอในผังและสามารถชี้แนะให้ความเข้าใจที่ถูกต้องได้อย่างตรงจุด ตามที่ Bromley, Irwin, DeVitis, and Modlo (1995) ได้กล่าวถึงประโยชน์หนึ่งของการนำผังกราฟิกมาใช้ในการเรียนการสอนว่าผังกราฟิกสามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการประเมินการเรียนรู้ของนักศึกษาได้ได้ เพราะผังกราฟิกคือ แผนภาพที่แสดงสิ่งที่นักศึกษารู้ออกมา ทั้งการวางแผน การจัดระบบการเขียนและแนวคิดที่มี

1.4) การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแบบสืบสอบ เป็นวิธีที่ช่วยให้นักศึกษาได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้จากคำถามของผู้สอนและกิจกรรมที่จัดขึ้นช่วยกระตุ้นให้นักศึกษาเกิดความท้าทายและกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหาในการพิสูจน์ด้วยตนเอง ทำให้นักศึกษาได้เกิดการวิเคราะห์ ระดมความคิด และมีโอกาสในการเสนอความคิดผ่านการตอบคำถามในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ โดยในขั้นตั้งสมมติฐานของกระบวนการสืบสอบ ซึ่งเป็นขั้นที่นักศึกษาคิดวิเคราะห์เพื่อค้นหาแนวทางในการพิสูจน์ ด้วยการมองหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ พบว่าในขั้นนี้ นักศึกษาได้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดขึ้น จากการนำเสนอแนวทางในการพิสูจน์ของตนเองซึ่งเป็นแนวคิดที่ต้องอาศัยความรู้ทางเรขาคณิตเดิมที่ตนมี และทำการวิเคราะห์ร่วมกันกับนักศึกษาค้นอื่น ๆ ถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของแนวทางนั้น รวมถึงการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ทางเรขาคณิตเดิมที่ถูกนำมาใช้ เกิดเป็นบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและมีบทบาทหลักในการสร้างความรู้ ทำให้นักศึกษาได้พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล สอดคล้องกับผลการวิจัยของจรรยา ภูอูตม (2544) ที่พบว่ารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองจะช่วยให้ นักศึกษามีความเข้าใจในเนื้อหา และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

1.5 การจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามตามขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ ทำให้นักศึกษาได้ฝึกการคิดและลงมือแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน จากการสอบถามและสังเกตนักศึกษาถึงกระบวนการแก้ปัญหาในการพิสูจน์ ผู้วิจัยพบว่า มีนักศึกษาที่วางแผนการพิสูจน์โดยใช้วิธีการตั้งคำถามกับตนเองในแต่ละขั้นตอนของการทำและลงมือหาคำตอบในแต่ละขั้นไปเรื่อยๆ ซึ่งมีผลทำให้นักศึกษาสามารถดำเนินการพิสูจน์ในข้อที่ได้รับมอบหมายนั้นได้ด้วยตนเองตั้งแต่ต้นจนจบ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสอบที่มีการใช้คำถามอย่างเป็นขั้นตอนกับนักศึกษา สอดคล้องกับกาญจนา บุญสูง (2542) ซึ่งกล่าวว่าการสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยมีการตั้งคำถามเป็นตัวกระตุ้นในการคิดและแก้ปัญหา

2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น นั่นคือ ถ้านักศึกษามีความสามารถในการเขียนผังกราฟิกจะส่งผลให้นักศึกษามีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยผู้วิจัยสามารถอภิปรายสาเหตุที่ผลวิจัยเป็นดังกล่าวได้ดังนี้

2.1 การใช้ผังกราฟิกที่มีรูปแบบและภาษาอย่างง่ายตามการออกแบบของนักศึกษา ทำให้นักศึกษามีอิสระที่จะเพิ่มแนวคิด ความรู้เดิมหรือข้อมูลต่างๆ นอกเหนือจากเฉพาะข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และคาดการณ์ว่าจะเกี่ยวข้องกับปัญหาการพิสูจน์ลง ในผังได้อย่างอิสระ ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่หลากหลายขึ้น จึงสามารถที่จะพิจารณาแนวทางการพิสูจน์ของปัญหาที่ซับซ้อนและต้องอาศัยความรู้เดิมทางเรขาคณิต โดยเฉพาะการพิสูจน์เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ที่ผู้วิจัยกำลังศึกษา ที่มีการนำความรู้ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิตเดิมที่นอกเหนือจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาเป็นส่วนหนึ่งของการอ้างอิงในการพิสูจน์ค่อนข้างมาก การเขียนผังกราฟิกจึงช่วยให้นักศึกษาสามารถเพิ่มเติมข้อมูลต่างๆ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้อย่างครบถ้วน สอดคล้องกับค ากกล่าวของ วลัย พานิช (2544) ที่กล่าวว่าผังกราฟิกจะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการจักระบบการเรียนรู้



ของตนเอง สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ได้รับกับความรู้เดิมเกิดเป็นการพัฒนาการคิดในระดับสูงและนำมาใช้ประโยชน์ต่อไป

2.2 ผังกราฟิกช่วยให้การวางแผนและการเรียบเรียงการพิสูจน์ของผู้เรียนมีความเป็นลำดับและสมเหตุสมผลมากขึ้น เป็นผลมาจากขั้นตอนของการสร้างผังกราฟิกที่มีการกำหนดแนวทางของการพิสูจน์อย่างคร่าวๆไว้ในแต่ละขั้นตอนของการสร้างเริ่มตั้งแต่ขั้นของการระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนด ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง มองหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและเชื่อมโยงไปสู่ผลสรุป ตลอดจนขั้นของการเรียบเรียงแนวทางการพิสูจน์ที่อยู่ในผังกราฟิกให้เป็นไปตามลำดับของเหตุและผล และนำลำดับที่ได้จากการเรียบเรียงไปเขียนเป็นการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจวิธีการพิสูจน์และลงมือแก้ปัญหาการพิสูจน์ได้ด้วยตนเองอย่างเป็นขั้นตอน และช่วยให้การเขียนแสดงการพิสูจน์ของผู้เรียนมีความเป็นระเบียบ และมีความเป็นลำดับที่สมเหตุสมผล สอดคล้องกับบรรจง ไชยรินคำ (2544) ที่อธิบายว่าผังกราฟิกช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะการเรียงลำดับ ผังทำให้เห็นลำดับของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นก่อนหลัง ทั้งเหตุการณ์ที่มีการเรียงลำดับแบบมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดแน่นอน หรือเหตุการณ์ที่มีการเรียงลำดับแบบวัฏจักร

2.3 จากผลการสัมภาษณ์ผู้เรียน ซึ่งผู้วิจัยได้พิจารณาแบ่งผู้เรียนตามผลการทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่สามารถเขียนทั้งผังกราฟิกและการพิสูจน์แบบบรรยายสองคอลัมน์นี้ได้ถูกต้อง กับกลุ่มที่ไม่สามารถเขียนได้ทั้งผังกราฟิกและการพิสูจน์แบบบรรยายสองคอลัมน์ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามต่างๆ ในการสัมภาษณ์ถึงการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของผู้เรียนในแต่ละกลุ่ม ผู้เรียนในกลุ่มแรกให้ความเห็นในทำนองเดียวกัน ว่าผังกราฟิกสามารถช่วยให้การเขียนพิสูจน์ของผู้เรียนง่ายขึ้น เพราะการสร้างผังกราฟิกจะทำให้ผู้เรียนเกิดการคิดและวางแผนก่อนที่จะเขียนการพิสูจน์จริง ผังจะช่วยเรียบเรียงข้อมูลและสิ่งที่ผู้เรียนคิดทั้งหมดออกมาบนกระดาษ เพื่อไม่ให้เกิดการลืมและสับสนถึงที่มาของข้อมูลที่ได้ แต่ทั้งนี้ผู้เรียนให้ความเห็นว่าผังกราฟิกเหมาะสมที่จะนำไปใช้กับปัญหาการพิสูจน์ที่มีความซับซ้อนมากกว่า เพราะการพิสูจน์บางอย่างที่ไม่ซับซ้อน ผู้เรียนสามารถที่จะคิดวางแผนการพิสูจน์ในใจและลงมือเขียนการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ได้เลย โดยไม่ต้องอาศัยการเขียนผังกราฟิกก่อน และปัจจัยที่ส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถเขียนผังกราฟิกหรือการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์จากการสัมภาษณ์ผู้เรียนในกลุ่มที่สอง พบว่าเป็น การขาดความรู้เดิมทางเรขาคณิตที่จะนำมาใช้ในการเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ หรืออ้างอิงในการพิสูจน์จากผลการทดสอบและการสัมภาษณ์ดังกล่าว จึงชี้ให้เห็นว่าผังกราฟิกมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับผู้เรียน

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบเรื่อง เส้นขนาน มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. อาจารย์สามารถนำเทคนิคผังกราฟิกและกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น ๆ ทั้งนี้ควรมีการเลือกรูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่จะใช้ให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหาหรือจุดประสงค์ของการนำผังกราฟิกมาใช้ประกอบเนื้อหาในการสอนในเรื่องนั้นๆ
2. กิจกรรมหรือคำถามที่ใช้ในกระบวนการสืบสอบควรเป็นคำถามที่มีความท้าทายและกระตุ้นการคิดของผู้เรียน อย่างไรก็ตามควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานและความแตกต่างของผู้เรียนว่าเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองหรือไม่

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. จากผลการวิจัยที่พบว่าการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สามารถพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในเรื่องเส้นขนานได้ จึงอาจมีการนำกิจกรรมดังกล่าวมาศึกษากับเนื้อหาอื่นที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ ทั้งในด้านเรขาคณิตหรือด้านอื่นๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

2. อาจมีการพัฒนารูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาหรือจุดประสงค์อื่นๆ ที่มีความเป็นนามธรรม นอกเหนือจากการนำมาใช้วางแผนการพิสูจน์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผังกราฟิกกับตัวแปรอื่น อาทิ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

เอกสารอ้างอิง

- เสถียรฐิติ เพ็งเจริญ. (2561). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม.(ปริญญาานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- เสาวรัตน์ रामแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- โชติ จันทร์วัง. (2547). ผลของการใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพของนักเรียนเตรียมทหาร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ไตรรงค์ กล้าบุตร. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- กมล นาคสุทธิ. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพหุแฟ้มปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี. (2535). การสอนพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- กาญจนา บุญสง. (2542). หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ). เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.
- ขวัญ เพ็ญชัย. (2547). การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี.(ปริญญาานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จำเริญ อนันตธรรมรส. (2553). ผลการใช้โมเดลเฟสเมที่อดคอมบินชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- จินต์ จิระริยากุล. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยใช้โปรแกรม Tinker Plots เรื่อง สถิติ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญาปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). การสอนกระบวนการคิด : ทฤษฎีและการนำไปใช้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2561). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (พิมพ์ครั้งที่ 8). นนทบุรี: พี บาลานซ์ดีไซน์ แอนพริ้นติ้ง.
- ทิตนา เขมมณี. (2560). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 21). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิภาพรณ ฆอชิตสกุลชัย. (2551). ผลของเทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการสอนโปรแกรมประยุกต์ที่มีต่อแบบจำลองทางปัญญาของครูประจำการที่มีแบบการคิดและช่วงวัยต่างกัน.(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- บรรจง ไชยรินคำ. (2544, มกราคม-เมษายน). แผนภาพลำดับการคิดเพื่อพัฒนาทักษะการวางแผนตัดสินใจ. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์, 16(1), 55-59.
- บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2559). ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่3). กรุงเทพฯ: ทริปเพิ้ล เอ็ดดูเคชั่น.



- ปภัสชญา เสมา. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ประเสริฐ เสียงดี. (2527). การศึกษาปรัชญาทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.